search from digital machine guns to techno bio - creatures [An electronic resource] *Mezhdunarodnyj zhurnal issledovanij kul'tury*. 3, 11–12. Available from: http://www.culturalresearch.ru/files/open_issues/03_2012/IJCR_03%288%29_2012.pdf (Accessed 23th May 2018). (In Russian).

15. Sokolova N.L. (2012) Cifrovaya kul'tura ili kul'tura v cifrovuyu ehpohu [Digital culture or culture during a digital era] *Mezhdunarodnyj zhurnal issledovanij kul'tury*. 3, 6–10. Available from: https://www.culturalresearch.ru/files/open_issues/03_2012/IJCR_03%288%29_2012.pdf (Accessed 5th May 2018). (In Russian).

16. Prokudin D.E., Sokolova E.G. (2013) «Cifrovaya kul'tura» vs «Analogovaya kul'tura» ["Digital culture" vs "Analog culture"] *Vestnik SPbGU*. 17. 4, 83–91. (In Russian).

17. Ruliene L.N. (2016) Cifrovaya gramotnost' i gumanitarnaya kul'tura pedagoga v innovacionnoj obrazovatel'noj praktike [Digital literacy and humanitarian culture of the teacher in innovative educational practice] *Otkrytoe i distancionnoe obrazovanie*. 4. 64, 53–58. (In Russian).

18. Bolshakova Z.M., Gnatyshina E.V., Nemudraya E.Yu., Tsiulina M.V., Shkitina N.S. (2018) Managing Pedagogical University Master Students' Empathic Training. *Modern Journal of Language Teaching Methods (MJLTM)*. Vol. 8 (5), 16–28.

19. Gnatyshina E.V. (2015) Aksiologicheskie osnovaniya informacionnoj podgotovki v professional'nom obrazovanii [The axiological bases of information preparation in professional education] *Sovremennaya vysshaya shkola: innovacionnyj aspekt*. 4, 71–77. (In Russian).

20. Gnatyshina E.V. (2007) Teoreticheskie aspekty formirovaniya informacionnoj kul'tury pedagoga professional'nogo obucheniya: monografiya [Theoretical aspects of forming the information culture of a vocational training teacher: monograph] Chelyabinsk, ChGPU Publ. (In Russian).

DOI: 10.25588/CSPU.2018.03.06

УДК512.23
ББК 22.43

М.М. Исакова[1], Р.Г. Тлупова[2], Ф.А. Эржибова[3], А.С. Ибрагим[4]

[1] ORCID № 0003-1189-9456, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры алгебры и дифференциальных уравнений, Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова, г. Нальчик, Российская Федерация. *E-mail*: isakova2206@mail.ru

[2] ORCID № 0002-6336-1378, преподаватель кафедры математических и общих естественнонаучных дисциплин колледжа информационных технологий и экономики, Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова, г. Нальчик, Российская Федерация. *E-mail*: rgtibra05@mail.ru

[3] ORCID № 0002-3821-1124, преподаватель кафедры математических и общих естественнонаучных дисциплин колледжа информационных технологий и экономики, Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова, г. Нальчик, Российская Федерация. *E-mail*: ershibowa@yandex.ru

[4] ORCID № 0002-5884-4578, магистрант, Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова, г. Нальчик, Российская Федерация. *E-mail*: asibragim@gmail.com

НЕТРАДИЦИОННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЙ ИРРАЦИОНАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Аннотация

Введение. Математика, как и другие предметы общеобразовательного профиля, имеет целью повышение общего интеллектуального уровня, специальной математической подготовки, развитие творческого подхода к решению поставленных вопросов. В ходе изучения и практического решения уравнений возникают широкие возможности по формированию интуиции, повышению логики мышления.

Материалы и методы. Обширная часть программы по математике в колледже уделена исследованию уравнений. Частный случай алгебраических уравнений – иррациональные уравнения. Описаны нетрадиционные способы решений иррациональных уравнений, основанные на применении неравенств Коши и Бернулли. Представлены уравнения с полными решениями, базирующимися на использовании указанных неравенств.

Результаты. Решения иррациональных уравнений представляют для студентов наибольшую сложность не только в логике, но и в технике. Безошибочное их решение во многом предопределяет успешный результат профильного уровня ЕГЭ. Рассмотрены психолого-педагогические условия усвоения нетрадиционных способов решения иррациональных уравнений.

Обсуждение. Использование нестандартных путей решения иррациональных уравнений на занятиях способствует повышению шкалы успеваемости, улучшает уровень математической логики.

Заключение. Студенты, овладевшие нетрадиционными путями решения иррациональных уравнений, успешно справятся с заданиями повышенной трудности. Представленный материал может стать подспорьем в работе учителей специализированных математических классов, окажет значительную помощь учащимся.

Ключевые слова: уравнение, неравенство, метод, иррациональное уравнение, логика.

Основные положения:

• рассмотрены основные типы иррациональных уравнений;

• дана характеристика общих методов решения иррациональных уравнений;

• представлены неравенства Коши и Бернулли;

• показано нетрадиционное применение неравенства Коши и Бернулли к решению иррациональных уравнений;

• приведены аналоги уравнений с решениями, включённых в профильный уровень ЕГЭ.

1. Введение (Introduction). Математика, как и все другие науки, не стоит на месте, она продолжает своё развитие, неожиданно находя новое применение давно открытым теориям. Успешность при изучении математики зависит от компетентности. Закрепление практических навыков находится в прямой зависимости от уровня знания теоретического материала [1, с. 107]. Логическая строгость обеспечивает безошибочное, осмысленное овладение математическими знаниями, навыками и умениями, способствует развитию математических способностей [2]. И на сегодняшний день актуальными остаются высказывания кораблестроителя, академика – математика А.Н. Крылова: «Математика в современном своем состоянии настолько обширна и разнообразна, что можно смело сказать, что в полном объеме она уму человеческому непостижима, а следовательно, должен быть сделан строгий выбор того, что из математики нужно знать» [3, с. 87]. Рено Декарт, философ-математик, в «Размышлениях о первой философии» в 1641 году изречением “cogito ergosum” – «я мыслю, поэтому существую» придал математике смысл абстрактности, не только сохранившийся до наших дней, но и принявший ещё больший смысл [4]. Прежде всего, при обращении к математике человечеству требуется ознакомление с веками проверенным математическим инструментарием, искусное овладение им, а не любование неисчислимыми её сокровищами [3]. Поиск ответов на разные задачи требует от каждого из нас, от всего общества, хорошо развитой способности к творческой деятельности. Научиться применению основ математики каждому обучающемуся ей, не так уж и трудно [5, с. 4]. По крайней мере, способности и умения отыскать в данных условиях более или менее оптимальное решение [6, с. 136]. Изучение математики, как и любого другого предмета, имеет основной задачей оттачивание логики мышления, творческого пути достижения определённых практических задач. Ставятся две цели: увеличение запаса систематизированных знаний, умений и навыков; воспитание определенных качеств воли и мышления. Обучающийся должен получить максимальное формирование логики, прикладных навыков, применять результаты инновационной деятельности [7, с. 82]. Развитие пространственного воображения всегда способствует не столько усовершенствованию математического склада ума, сколько расширяет границы применения известных теорий [8]. Правильное решение задач, в конечном счёте, сводящееся к исследованию различных видов уравнений, сравнимо с искусством [9, с. 15].

Использование основных теорем и алгоритмов, умение применять нетрадиционные пути решений требует углубленного уровня подготовки абитуриентов [10; 11, с. 292; 12, с. 3]. Талантливые, творчески мыслящие школьники и студенты, участвующие в олимпиадах всевозможных уровней, должны научиться нестандартным путям решений. В итоге это поможет благополучному прохождению ЕГЭ [13].

Важный обязательный критерий государственной аттестации – это правильное исследование различных видов уравнений [14, с. 204]. Одними из обширных разделов изучения математики в рамках среднего профессионального образования (СПО) считаются уравнения, неравенства, системы уравнений и неравенств [15, с. 81]. Они имеют широкий спектр применения не только в различных разделах математики, но и в физике, химии. Решение множества прикладных задач не обходится без их использования. Анализ решения каждой прикладной задачи способствует укреплению навыков решения уравнений, повышает интуицию в выборе способа решения, развивает культуру логики мышления.

Пожалуй, одними из трудоёмких модулей программы в СПО можно считать модули, связанные с уравнениями и неравенствами. Мы предлагаем обратить внимание на нетрадиционное решение иррациональных уравнений, базирующееся на классических неравенствах Коши и Бернулли. Извлечение корня сопровождается дополнительными сложностями для студентов. Исследование и окончательный правильный вердикт требуют не только знания основных правил, но и владения исследовательскими навыками, умениями делать логические выводы [16].

2. Материалы и методы (Materials and Methods).

Уравнения вида $\sqrt[2k]{A(x)} = B(x)$ (1) и $\sqrt[2k]{A(x)} = \sqrt[2k]{B(x)}$ (2), для решения которых на равных правах вместе с основными действиями совершается операция извлечения из радикала, принято относить к иррациональным уравнениям [17].Нами исследуются такие уравнения. Они эквивалентны, соответственно, следующим комбинированным системам:

$$\begin{cases} A(x) = B^{2k}(x), \\ A(x) \geq 0, \\ B(x) \geq 0; \end{cases} \qquad \begin{cases} A(x) = B(x), \\ A(x) \geq 0, \\ B(x) \geq 0, \end{cases}$$

где $A(x)$, $B(x)$ – рациональные функции, $k \in N$.

Проиллюстрируем изложенное на примерах.

№ 1. Дано уравнение $\sqrt{x^2 + 2x + 10} = 2x - 1$, укажите его корни.

Решение. Эквивалентная комбинированная система имеет вид:

$$\begin{cases} x^2 + 2x + 10 = (2x - 1)^2, \\ 2x - 1 \geq 0. \end{cases}$$

Уравнение $x^2 + 2x + 10 = (2x - 1)^2$ имеет корни $x_1 = -1$, $x_2 = 3$. Проверив выполнение неравенства $x \geq \frac{1}{2}$, заключаем: уравнению удовлетворяет значение $x = 3$. Ответ: 3.

№ 2. Дано уравнение, $\sqrt{-9x^2 + 3x - 6} = -6x - 24$ укажите его корни.

Решение. Эквивалентная комбинированная система имеет вид:

$$\begin{cases} -9x^2 + 3x - 6 = (-6x - 24)^2, \\ -6x - 24 \geq 0. \end{cases}$$

Уравнение $-9x^2 + 3x - 6 = (-6x - 24)^2$ имеет корни $x_1 = -1$, $x_2 = 2$. Проверив выполнение неравенства $x \leq -4$, отмечаем, что уравнению не удовлетворяет ни одно из найденных значений, делаем вывод: корней нет. Ответ: $\varnothing$.

Классическими путями решений уравнений вида (1) и (2) приняты: *а*)возведение обеих частей уравнения в указанную степень радикала; *б*) введение новых неизвестных; *в*) умножение уравнения на сопряжённую величину.

Мы исследуем нетрадиционные пути поиска корней уравнений вида (1), (2), базирующиеся на использовании неравенств Коши и Бернулли. В неравенстве Коши $A \geq C$, A – среднее арифметическое, C – среднее геометрическое неотрицательных величин [18, с. 5]. Общий случай допускает переход и к среднему арифметическому, и к среднему геометрическому [19]. Неравенство Коши $\frac{a_1+...+a_n}{n} \geq \sqrt[n]{a_1\cdot...\cdot a_n}$, верное при неотрицательных значениях $a_1,...,a_n$, можно переписать так: $a_1+...+a_n \geq n\sqrt[n]{a_1\cdot...\cdot a_n}$ Частный случай при $n=2$ будет: $a_1+a_2 \geq 2\sqrt{a_1\cdot a_2}$ (3). Использование неравенства (3) при решении уравнений вида (1) требует только выполнения знака «равно». После преобразования последнего получаем: $a_1+a_2-2\sqrt{a_1\cdot a_2} \geq 0$ $\Leftrightarrow \left(\sqrt{a_1}-\sqrt{a_2}\right)^2 \geq 0 \Leftrightarrow \left(\sqrt{a_1}-\sqrt{a_2}\right)^2=0$. При выполнении равенства $a_1=a_2$ мы получаем знак «равно». Частные случаи, $n \geq 3$, определяются равенствами $a_1=...=a_n$ и гарантируют выполнение знака «равно» в неравенстве Коши.

№ 3. Дано уравнение $x\sqrt{2\left(5-8x^2\right)}+$ $+240\sqrt{1+x^2}=\sqrt{26(x^2+225)}$, укажите его корни.

Решение. Привлечём для рассуждений скалярное произведение векторов $\bar{a}(x_1;y_1)$ и $\bar{b}(x_2;y_2)$: $x_1x_2+y_1y_2 \leq \sqrt{x_1^2+y_1^2}\cdot\sqrt{x_2^2+y_2^2}$. Знак «равно» верен в случае, если векторы коллинеарные. Как видно, неравенство– частный случай неравенства Коши. Проделаем ряд преобразований:

$$\frac{x}{4}\sqrt{10-16x^2}+60\sqrt{1+x^2}=\frac{1}{4}\sqrt{26(x^2+225)} \Leftrightarrow$$

$$x\sqrt{\frac{5}{8}-x^2}+60\sqrt{1+x^2}=\sqrt{\frac{13}{8}(x^2+225)} \Leftrightarrow$$

$$\left(x\sqrt{\frac{5}{8}-x^2}+15\cdot4\sqrt{1+x^2}\right) \leq \left(\sqrt{x^2+225}\cdot\sqrt{\left(\frac{5}{8}-x^2\right)+\left(1+x^2\right)}\right)=$$

$$=\sqrt{(x^2+225)}\cdot\sqrt{\frac{5}{8}+1}=\sqrt{\frac{13}{8}(x^2+225)}.$$

Запишем векторы в координатной форме: $\bar{a}(x;15)$ и $\bar{b}\left(\sqrt{\frac{5}{8}-x^2};4\sqrt{1+x^2}\right)$. Из условия того, что векторы коллинеарные имеем: $\frac{x}{\sqrt{\frac{5}{8}-x^2}}=\frac{15}{4\sqrt{1+x^2}}$, где

$$\frac{5}{8}-x^2>0,\quad x>0 \Leftrightarrow \frac{x^2}{\frac{5}{8}-x^2}=\frac{225}{16\,(1+x^2)}$$

$16x^2(1+x^2)=\frac{225}{8}(5-8x^2) \Leftrightarrow 16x^2(1+x^2)=$ $=225\left(\frac{5}{8}-x^2\right)$. Пусть $x^2=y \geq 0$, тогда $16y(1+y)=\frac{225}{10}(5-8y) \Leftrightarrow 128y^2+1928y-$ $-1125=0$, $\frac{D}{4}=964^2+128\cdot1125=1036^2$

$$y_{1,2}=\frac{-964\pm1036}{128},\ y_1=\frac{72}{128}=\frac{9}{16},$$

$y_2=-15{,}625$ – не удовлетворяет. Значит, только $y=\frac{9}{16}$, $x^2=\frac{9}{16}$; $x=-\frac{3}{4}$, $x=\frac{3}{4}$ – не удовлетворяет. Ответ: $-\frac{3}{4}$

№ 4. Дано уравнение $\sqrt{x+4}+\sqrt{-2-x}=$ $=x^2+6x+11$, укажите его корни.

Решение. Рассмотрим функции: $f(x)=\sqrt{x+4}+\sqrt{-2-x}$, $g(x)=x^2+6x+11$.

Преобразовав функцию $g(x)$, получим: $g(x)=x^2+6x+11=(x+3)^2+2 \geq 2$. Используя неравенство (3), получаем $\frac{f(x)}{2} \leq 1 \Leftrightarrow f(x) \leq 2$. Данное уравнение равносильно системе уравнений

$$\begin{cases}\sqrt{x+4}+\sqrt{-2-x}=2,\\ x^2+6x+11=2.\end{cases} \Leftrightarrow x^2+6x+11=2,$$

$x^2+6x+9=0$, $x=-3$. Ответ: -3.

№ 5. Дано уравнение $\sqrt{x^2+x-1}+$ $+\sqrt{x-x^2+1}=x^2-x+2$, укажите его корни.

Решение. Рассмотрим функции:

$$f(x)=\sqrt{x^2+x-1},\qquad g(x)=\sqrt{x-x^2+14}$$

Преобразуем эти функции:

$$f(x)=\sqrt{\left(x^2+x-1\right)1} \leq \frac{\left(x^2+x-1\right)+1}{2}=\frac{x^2+x}{2},$$

$$g(x)=\sqrt{(x-x^2+1)\cdot 1}\le\frac{(x-x^2+1)+1}{2}=\frac{x-x^2+2}{2}.$$

Оценим $f(x)+g(x)=\sqrt{x^2+x-1}+\sqrt{x-x^2+1}\le$

$$\le\frac{x^2+x}{2}+\frac{x-x^2+2}{2}=\frac{2x+2}{2}=x+1.$$

Эквивалентная комбинированная система имеет вид:

$$\begin{cases}\sqrt{x^2+x-1}+\sqrt{x-x^2+1}=x^2-x+2,\\ \sqrt{x^2+x-1}+\sqrt{x-x^2+1}\le x+2.\end{cases}\Leftrightarrow$$

$x^2-x+2\le x+1 \Leftrightarrow x^2-2x+1\le 0\Rightarrow (x-1)^2\le 0$ Знак «равно» достигается для $x=1$, то есть это значение является единственным решением уравнения. Ответ: 1.

Поиск корней уравнений классическими способами более трудоёмкий, с большими временными затратами. Выбор нетрадиционного применения неравенства Коши способствует оптимальному пути поиска корней [17].

Второй путь поиска корней – применение неравенства Бернулли: $(1+h)^p\ge ph$ (4) [19]. Неравенство (4) верно при а) $h\in(-1;+\infty)$; $p\in N$. б) $h\in(-1;+\infty)$ $\left[\begin{array}{l}p>1,\\ p<0;\end{array}\right.$ в) $h\in(-1;+\infty)$, $0<p<1$.

Для выполнения знака «равно» необходимо и достаточно выполнение одного из условий: $p=1$ или $h=0$. Корни уравнения $\sqrt[n]{1+f(x)}+...+\sqrt[n]{1+g(x)}=a$ (5) можно найти, применив (4). Для этого нужно в левой части уравнения (5) добиться суммы степеней вида $(1+f(x))^p$ и только потом к каждому слагаемому применить (4). Иногда случается, что преобразования приводят к тому, что левая часть (5) совпадает с его правой частью. Тогда вывод: $p=1$ или $f(x)=0$.

№ 6. Дано уравнение

$$\sqrt[5]{1+\sqrt{1-x^2}}+\sqrt[5]{1-\sqrt{1-x^2}}=2$$

укажите его корни, если верно неравенство $\sqrt{1-x^2}\ge 0$.

Решение. Записываем левую часть уравнения в виде суммы степеней:

$$\sqrt[5]{1+\sqrt{1-x^2}}+\sqrt[5]{1-\sqrt{1-x^2}}=\left(1+\sqrt{1-x^2}\right)^{\frac{1}{5}}+\left(1-\sqrt{1-x^2}\right)^{\frac{1}{5}}.$$

Основания степеней с рациональными показателями неотрицательны: $0\le\sqrt{1-x^2}\le 1$. Поэтому: $\sqrt{1-x^2}>-1$ и $-\sqrt{1-x^2}>-1$, $0<\frac{1}{5}<1$. Применяем (4): $\left(1+\sqrt{1-x^2}\right)^{\frac{1}{5}}\le 1+\frac{1}{5}\sqrt{1-x^2}$ и $\left(1-\sqrt{1-x^2}\right)^{\frac{1}{5}}\le 1-\frac{1}{5}\sqrt{1-x^2}$. Переходим к исследованию суммы радикалов:

$$\left(1+\sqrt{1-x^2}\right)^{\frac{1}{5}}+\left(1-\sqrt{1-x^2}\right)^{\frac{1}{5}}\le 1+\frac{1}{5}\sqrt{1-x^2}+1-\frac{1}{5}\sqrt{1-x^2}=2.$$

Так как $\frac{1}{5}\ne 1$, знак «равно» будет выполнен, если $\sqrt{1-x^2}=0\Leftrightarrow 1-x^2=0$, $x^2=1$, $x=\pm 1$. Ответ: -1; 1.

Для исследования уравнения

$$\sqrt[n]{1+f(x)}+...+\sqrt[m]{1+g(x)}=\sqrt[k]{1+q(x)}+...+\sqrt[s]{1+\omega(x)}$$

и использования неравенства (4) необходимо представить левую и правую части как сумму степеней вида: $(1+f(x))^p$. При совпадении левой и правой частей после преобразований, уточняются границы допустимых значений переменных. Исследование всевозможных типов уравнений значительно активизирует мыслительную деятельность студентов, выводит их на более высокую ступень познания, путем абстрагирования. Умение применять нестандартные пути нахождения корней повысит уровень успеваемости обучающихся, поможет лучше справляться с заданиями повышенной сложности.

3. Результаты (Results). Обучение математике на современном уровне требует разработки и применения инновационных методов, с учётом классических правил, дающих импульс активности логики мысли, оптимально способствует их умственному развитию. Не редко традиционные пути решения уравнений вида (1), (2), (5) сопровождаются громоздкими преобразованиями. Часто применение классических неравенств (3) и (4) к решению уравнений (1), (2), (5) позволяет получить оптимальный путь нахождения корней; развивает математическую интуицию, прививает вкус к математике [19].

Умения и навыки по применению неравенств Коши и Бернулли к решению заданий профильного уровня ЕГЭ поможет учащимся оттачивать логику мышления [20].

4. Обсуждение (Discussion). Обучение нестандартным путям решения различных заданий способствует усвоению математических понятий; формирует практические навыки по применению теоретических знаний на практике; развивает такие личностные качества, как настойчивость, упорство, самостоятельность, ответственность; развивает внимание, мышление.

5. Заключение (Conclusion). Изложенные нестандартные приёмы исследования иррациональных уравнений, основанные на неравенствах Коши и Бернулли, имеют развивающий характер, способствуют получению строгих приёмов и подходов к решению, повышают значимость теории в применении к практике. Студенты, изучающие новые пути нахождения решений, получают импульс развития логики, повышают прикладной аспект в познавательной деятельности. Всё это поспособствует повышению интереса к исследовательской деятельности студентов СПО. Применение классических–синтетического[21] и аналитического [22], методов часто приводит к громоздким преобразованиям. Оптимальный поиск решения приведёт к выбору нетрадиционных способов решений уравнений.

Применение эффективных методов поиска решений, основанных на использовании неравенств Коши и Бернулли, окажет практическую помощь учащимся в овладении сложных, на их взгляд, тем, в частности – исследовании и решении иррациональных уравнений. Повышение уровня багажа знаний, познание новых путей поиска решения задач способствует успешности, уверенности в дальнейшей интеллектуальной деятельности.

Библиографический список

1. Жафяров, А.Ж. Методология и технология внедрения компетентного подхода в математическом образовании [Электронный ресурс] / А.Ж. Жафяров // Вестник Новосибирского государственного педагогического университета. – 2016. – № 3. – С. 105–115. – Режим доступа: http://vestnik.nspu.ru/article/1823 [Дата обращения: 25.03.2018]. DOI: 10.15293/2226-3365.1603.10

2. Шахмейстер, А.Х. Иррациональные уравнения и неравенства [Текст] / А.Х. Шахмейстер. – М.: Петроглиф; Виктория плюс, МЦНМО, 2011. – 216 с.

3. Крылов, А.Н. Значение математики для кораблестроения [Текст]/ А.Н. Крылов // Мои воспоминания. – Ленинград: Судостроение, 1979. – С. 87–91.

4. Хайдеггер, М. Время и бытие: статьи и выступления [Текст] / М. Хайдеггер. – СПб.: Наука, 2007. – 447 с.

5. Башмаков, М.И. Математика. Сборник задач профильной направленности [Текст] / М.И. Башмаков. – М.: Академия, 2013. – 208 с.

6. Фирсов, В.В. Планирование обязательных результатов обучения математике [Текст] / В.В. Фирсов. – М.: Просвещение, 1989. –236с.

7. Жафяров, А.Ж. Реализация технологии внедрения компетентного подхода в школьном курсе математики [Электронный ресурс] / А.Ж. Жафяров // Вестник Новосибирского государственного педагогического университета. – 2017. – № 2. – С. 71–84. – Режим доступа: http://vestnik.nspu.ru/article/2363 [Дата обращения: 25.03.2018]. DOI: 10.15293/2226-3365.1702.05

8. Пуанкаре, А. Математическое творчество [Текст] / А. Пуанкаре // О науке / под ред. Л.С. Понтнягина. – М.: Наука, 1989. – С. 399–414.

9. Пойа, Д. Как решать задачу [Текст]: монография / Д. Пойа. – М.: Госучпедгиз, 1959. – 208 с.

10. Сканави, М.И. Сборник задач по математике для поступающих во втузы [Текст] / М.И. Сканави. – 6-е изд. – М.: Мир и Образование, 2013. – 608 с.

11. Болтянский, В.Г. Лекции и задачи по элементарной математике. [Текст]/ В.Г. Болтянский, Ю.В. Сидоров, М.И. Шабунин. – М.: Наука, 1974. – 592 с.

12. Василевский, А.Б. Обучение решению задач по математике [Текст]: монография / А.Б. Василевский. – Минск: Вышэйшая школа, 1988. – 256 с.

13. Ященко, И.В. ЕГЭ – 2018. Математика. Профильный уровень. Методические указания [Текст] / И.В. Ященко, С.А. Шестаков. – М.: МЦНМО, 2018. – 240 с.

14. Батуева, К.С. Иррациональные уравнения и неравенства в школьном курсе [Текст] / К.С. Батуева, Н.М. Закирова //Математический вестник педвузов и университетов Волго-Вятского региона. – 2017. – Выпуск 19 (316). – С. 204–209.

15. Башмаков,М.И. Математика. Учебник [Текст] / М.И. Башмаков. – 2-е изд. – М.: КноРус, 2017. – 394 с.

16. Шабунин, М.И. Уравнения: лекции для старшеклассников и абитуриентов [Текст] / М.И. Шабунин. – Серия «Математика». – Вып. 1. – М.: Чистые пруды, 2005. – 32 с.

17. Башмаков, М.И. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Задачник [Текст] / М.И. Башмаков. – 5-е изд. – М.: Академия, 2014. – 416 с.

18. Калинин, С.И. Метод неравенств решения уравнений [Текст]: учебное пособие по элективному курсу для классов физико-математического профиля / С.И. Калинин. – М.: Московский лицей, 2013. – 112 с.

19. Жафяров, А.Ж. Обучающий задачник. Математика. 10–11 классы. Профильный уровень [Текст] / А.Ж. Жафяров. – М.: Просвещение, 2007. – 208 с.

20. Ерина, Т.М. Математика. Профильный уровень, практическое руководство. ЕГЭ 2018 [Текст] / Т.М. Ерина. – М.: УчПедГиз, 2018. – 352 с.

21. Исакова, М.М. О синтетическом методе решения задач [Текст] / М.М. Исакова, Р.Г. Тлупова, С.Х. Канкулова, Ф.А. Эржибова, А.С. Ибрагим // Вестник Челябинского государственного педагогического университета. – 2018. – № 1. – С. 108–117. DOI: 10.25588/CSPU.2018.01.11

22. Исакова, М.М. Применение аналитического метода при поиске решения задач [Текст] / М.М. Исакова, Р.Г. Тлупова, Ф.А. Эржибова, С.Х. Канкулова, А.С. Ибрагим // Вестник Челябинского государственного педагогического университета. – 2018. – № 2. – С. 71–78.DOI: 10.25588/CSPU.2018.02.07

M.M. Isakova[1], R.G. Tlupova[2], F.A. Erzhibova[3], A.S. Ibragim[4]

[1]ORCID No. 0003-1189-9456, Academic Title of Associate Professor, Candidate of Sciences (Physics and Mathematics), Associate Professor at the Department of Algebra and Differential Equations, Kabardino-Balkarian State University n.a. H.M. Berbekov, Nalchik, Russia. *E-mail*: isakova2206@mail.ru

[2]ORCID No. 0002-6336-1378, Lecturer at the Department of Mathematical and General Science Discipline of the College of Information Technologies and Economics, Kabardino-Balkarian State University n.a. H.M. Berbekov, Nalchik, Russia. *E-mail*: rgtibra05@mail.ru

[3]ORCID No. 0002-3821-1124, Lecturer at the Department of Mathematical and General Science Discipline of the College of Information Technologies and Economics, Kabardino-Balkarian State University n.a. H.M. Berbekov, Nalchik, Russia. *E-mail*: ershibowa@yandex.ru

[4]ORCID No. 0002-5884-4578, Master's Degree student, Kabardino-Balkarian State University n.a. H.M. Berbekov, Nalchik, Russia. *E-mail*: asibragim@gmail.com

NON – TRADITIONAL METHODS OF IRRATIONAL EQUATIONS DECISIONS

Abstract

Introduction. Mathematics, like other subjects of the general education profile, aims at raising the general intellectual level, special mathematical training, developing a creative approach to solving the questions posed. During the study and practical solution of the equations, there are ample opportunities to form intuition, increase the logic of thinking.

Materials and methods. An extensive part of the mathematics program at the college is devoted to the study of equations. A particular case of algebraic equations is irrational equations. Described

unconventional methods for solving irrational equations are based on the application of the Cauchy and Bernoulli inequalities. Equations with complete solutions based on the use of the indicated inequalities are presented.

Results. The solutions of irrational equations are the most difficult for students, not only in logic, but also in engineering. Their undisputed solution largely predetermines the successful result of the profile level of the USE. The psychological and pedagogical conditions for mastering non-traditional ways of solving irrational equations are considered.

Discussion. The use of non-standard ways of solving irrational equations in the classroom helps to increase the scales of achievement, improve the level of mathematical logic.

Conclusion. Students who have mastered non-traditional ways of solving irrational equations will successfully cope with tasks of increased complexity. The presented material can be a help in the work of teachers of specialized mathematical classes and provide significant assistance to the students.

Keywords: equation, inequality, method, irrational equation, logic.

Highlights:

- The main types of irrational equations are considered;
- Characteristics of general methods for solving irrational equations are given;
- Inequalities of Cauchy and Bernoulli are presented;
- The non-traditional application of the Cauchy and Bernoulli inequalities to the solution of irrational equations is shown;
- Analogues of equations with solutions included in the profile level of the USE are presented.

References

1. Zhafyarov A.Zh. (2016) Metodologiya i tekhnologiya vnedreniya kompetentnogo podhoda v matematicheskom obrazovanii [Methodology and technology for introducing a competent approach in mathematical education] *Vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo universiteta*. 3, 105–115. Available from: http://vestnik.nspu.ru/article/1823 [Accessed 25th March 2018]. DOI: 10.15293/2226-3365.1603.10 (In Russian).

2. Shahmejsster A.H. (2011) Irracional'nye uravneniya i neravenstva [Irrational equations and inequalities] Moscow, Petroglif, Viktoriyaplus, MCNMO Publ. (In Russian).

3. Krylov A.N. (1979) Znachenie matematiki dlya korablestroeniya [The value of mathematics for shipbuilding] *Moi vospominaniya*. Leningrad, Sudostroenie Publ. (In Russian).

4. Hajdegger M. (2007) Vremya i bytie: Stat'i i vystupleniya [Time and Being: Articles and speeches] Saint Petersburg, Nauka Publ. (In Russian).

5. Bashmakov M.I. (2013) Matematika. Sbornik zadach profil'noj napravlennosti [Mathematics. Collection of tasks of profile orientation] Moscow, Akademiya Publ. (In Russian).

6. Firsov V.V. (1989) Planirovanie obyazatel'nyh rezul'tatov obucheniya matematike [Planning of compulsory learning outcomes for mathematics] Moscow, Prosveshchenie Publ. (In Russian).

7. Zhafyarov A.Zh. (2017) Realizaciya tekhnologii vnedreniya kompetentnogo podhoda v shkol'nom kurse matematiki [Implementation of a technology for introducing a competent approach in the school course of mathematics] *Vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo universiteta*. 2, 71–84. Available from: http://vestnik.nspu.ru/article/2363 [Accessed 25th March 2018]. DOI: 10.15293/2226-3365.1702.05 (In Russian).

8. Puankare A. (1989) Matematicheskoe tvorchestvo [Mathematical creativity] *O nauke. Ed.* L.S. Portnyagina. Moscow, Nauka Publ. (In Russian).

9. Poja D. (1959) Kak reshat' zadachu [How to solve the task] Moscow, Gosuchpedgiz Publ. (In Russian).

10. Skanavi M.I. (2013) Sbornik zadach po matematike dlya postupayushchih vo vtuzy [Collection of tasks in mathematics for those who enter the vetuz] Moscow, Mir i Obrazovanie Publ. (In Russian).

11. Boltyanskij V.G., Sidorov Yu.V., Shabunin M.I. (1974) Lekcii i zadachi po ehlementarnoj matematike [Lectures and tasks on elementary mathematics] Moscow, Nauka Publ. (In Russian).

12. Vasilevskij A.B. (1988) Obuchenie resheniyu zadach po matematike [Training in solving tasks in mathematics] Minsk, Vyshehjshaya shkola Publ. (In Russian).

13. Yashchenko I.V., Shestakov S.A. (2018) EGEh – 2018. Matematika. Profil'nyj uroven'. Metodicheskie ukazaniya [USE – 2018. Mathematics. Profile level. Methodical instructions] Moscow, MCNMO Publ. (In Russian).

14. Batueva K.S., Zakirova N.M. (2017) Irracional'nye uravneniya i neravenstva v shkol'nom kurse [Irrational equations and inequalities in the school course] *Matematicheskij vestnik pedvuzov i universitetov Volgo-Vyatskogo regiona*. Kirov. Vol. 19 (316), 204–209. (In Russian).

15. Bashmakov M.I. (2017) Matematika. Uchebnik [Mathematics. Textbook] Moscow, KnoRus Publ. (In Russian).

16. Shabunin M.I. (2005) Uravneniya: lekcii dlya starsheklassnikov i abiturientov [Equations: lectures for high school students and applicants] *Seriya «Matematika»*. Moscow, Chistye prudy Publ. (In Russian).

17. Bashmakov M.I. (2014) Matematika: algebra i nachalo matematicheskogo analiza, geometriya. Zadachnik [Mathematics: algebra and the beginnings of mathematical analysis, geometry. Taskbook] Moscow, Akademiya Publ. (In Russian).

18. Kalinin S.I. (2013) Metod neravenstv resheniya uravnenij: uchebnoe posobie po ehlektivnomu kursu dlya klassov fiziko-matematicheskogo profilya [The method of inequalities in the solution of equations: a tutorial on the elective course for classes of physics and mathematics] Moscow, Moskovskij licej. (In Russian).

19. Zhafyarov A.Zh. (2007) Obuchayushchij zadachnik. Matematika. 10–11 klassy. Profil'nyj uroven' [Learning task book. Mathematics. 10–11 classes. Profile level] Moscow, Prosveshchenie Publ. (In Russian).

20. Erina T.M. (2018) Matematika. Profil'nyj uroven', prakticheskoe rukovodstvo [Mathematics. Profile level, practical guidance] Moscow, UchPedGiz Publ. (In Russian).

21. Isakova M.M., Tlupova R.G., Kankulova S. H., Erzhibova F.A., Ibragim A.S. (2018) O sinteticheskom metode resheniya zadach [On the synthetic method for solving problems] *Vestnik Chelyabinskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo universiteta*. 1, 108–117. DOI: 10.25588/CSPU.2018.01.11 (In Russian).

22. Isakova M.M, Tlupova R.G., Erzhibova F.A., Kankulova S.H., Ibragim A.S. (2018) Primenenie analiticheskogo metoda pri poiske resheniya zadach [The application of the analytical method in the search for solving problems] *Vestnik Chelyabinskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo universiteta*. 2, 71–78. (In Russian).

DOI: 10.25588/CSPU.2018.03.07

УДК 378.937
ББК 74.480.26

Е.В. Калугина[1], Р.И. Кусарбаев[2], А.Ф. Матушак[3], О.Ю. Павлова[4]

[1] ORCID № 0000-0002-5838-492X, доцент, кандидат педагогических наук, доцент кафедры иностранных языков, Южно-Уральский государственный гуманитарно-педагогический университет, г. Челябинск, Российская Федерация. *E-mail*: kaluginaev@cspu.ru

[2] ORCID № 0000-0002-8698-5757, доцент, кандидат педагогических наук, доцент кафедры иностранных языков, Южно-Уральский государственный гуманитарно-педагогический университет, г. Челябинск, Российская Федерация. *E-mail*: rinkus@inbox.ru

[3] ORCID № 0000-0003-0514-0443, доцент, доктор педагогических наук, профессор кафедры иностранных языков, Южно-Уральский государственный гуманитарно-педагогический университет, г. Челябинск, Российская Федерация. *E-mail*: lilac0@yandex.ru

[4] ORCID № 0000-0002-5334-9084, доцент, кандидат исторических наук, заведующий кафедрой иностранных языков, Южно-Уральский государственный гуманитарно-педагогический университет, г. Челябинск, Российская Федерация. *E-mail*: pavlovaou@cspu.ru